**Livro: Probabilidade - Aplicações à Estatística – Paul L. Meyer**

**Capitulo 2 – Espaço Amostral Finito.**

* 1. Espaço Amostral Finito.

(a) ,

(b) .

(2.1)

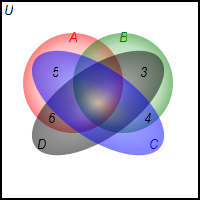
* 1. Resultados Igualmente Verossímeis.
  2. Métodos de Enumeração.

(a)

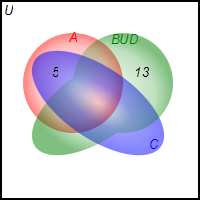
(b)

**Problemas**

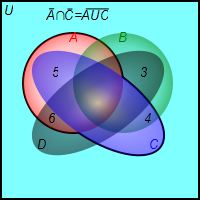
1. O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 homens maiores de 21 anos; 4 homens com menos de 21 anos de idade; 6 mulheres maiores de 21 anos, e 3 mulheres menores. Uma pessoa é escolhida ao acaso. Definem-se os seguintes eventos: ; ; ; . Calcule:



* 1. ,



* 1. .



1. Em uma sala, 10 pessoas estão usando emblemas numerados de 1 até 10. Três pessoas são escolhidas ao acaso e convidadas a saírem da sala simultaneamente. O número de seu emblema é anotado.
   1. Qual a probabilidade de que o menor número do emblema seja 5?

Podemos encontrar o total de eventos favoráveis a , e o total de eventos do espaço amostral e usar já que todos os emblemas têm a mesma possibilidade de serem encontrados.

Ou,

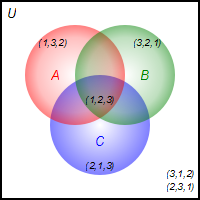
Como o 5 pode aparecer em 3 posições distintas teremos que aplicar a *Regra da Adição.*

* 1. Qual a probabilidade de que o maior número de emblema seja 5?

Idem a (a) porém,

* 1. Suponha que os três dígitos 1,2 e 3 sejam escritos em ordem aleatória. Qual a probabilidade de que ao menos um dígito ocupe seu próprio lugar?

Seja



Por fixarmos um elemento, sobram dois para permutarmos, portanto:

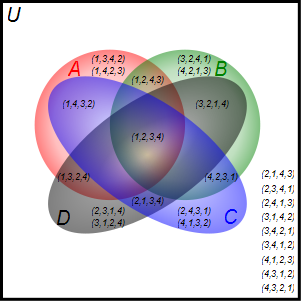
Como temos então:

Por fixarmos dois elementos, sobra apenas um para permutarmos, portanto:

Temos também que em apenas um caso onde todos os elementos estarão em suas respectivas posições sendo , portanto:

* 1. O mesmo que em (a), com os dígitos 1,2,3 e 4.

Seja



* 1. O mesmo que em (a), com os dígitos 1,2,3, ..., n. (Sugestão : empregue 1.7).

Seja

Por fixarmos o um dígito em sua posição, sobram para permutarmos, e teremos que fazer essa fixação e permutação todos os dígitos portanto:

Se fixarmos dois elementos em suas respectivas posições, sobram para permutarmos, e teremos essa permutação repetida para todas as combinações de dois dígitos entre os , combinação pois estamos selecionando os dois digito que serão fixado em suas respectivas posições dessa forma selecionar (2,3) ou (3,2) resulta numa mesma fixação de forma que a ordem que eles são selecionados não tem influencia, portanto:

Se fixarmos três elementos em suas respectivas posições, sobram para permutarmos, e teremos essa permutação repetida para todas as combinações de três dígitos entre os , portanto:

Se fixarmos elementos, ou seja, todos, em suas respectivas posições, sobram para permutarmos, e teremos essa permutação repetida para todas as combinações de dígitos entre os , portanto:

* 1. Examine a resposta a (c), quando for grande.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p |  |  |
| 1 | 1,000000 | 1,000000 |
| 2 | -0,500000 | 0,500000 |
| 3 | 0,166667 | 0,666667 |
| 4 | -0,041667 | 0,625000 |
| 5 | 0,008333 | 0,633333 |
| 6 | -0,001389 | 0,631944 |
| 7 | 0,000198 | 0,632143 |
| 8 | -0,000025 | 0,632118 |
| 9 | 0,000003 | 0,632121 |

1. Uma remessa de 1.500 arruelas contém 400 peças defeituosas e 1.100 perfeitas. Duzentas arruelas são escolhidas ao acaso (sem reposição) e classificadas.

A ordem com as quais as peças são selecionadas não interfere no resultado, portanto temos a combinação:

* 1. Qual a probabilidade de que sejam encontradas exatamente 90 peças defeituosas?

Para que selecionemos 90 devemos também selecionar 110 perfeitas.

Para cada combinação de 90 peças defeituosas selecionada temos todas as combinações de 100 peças perfeitas selecionada, portanto devemos aplicar as regra da multiplicação.

Cada uma das 1500 peças tem a mesma probabilidade de ser escolhida, portanto os resultados são igualmente verossímeis e.

* 1. Qual a probabilidade de que se encontrem ao menos 2 peças defeituosas?

Equivale a não encontrar: nenhuma peça defeituosa e 200 perfeitas, ou uma peça defeituosa e 199 peças perfeitas. Assim:

1. Dez fichas numeradas de 1 até 10 são misturadas em uma urna. Duas fichas, numerada , são extraídas da urna sucessivamente e sem reposição. Qual a probabilidade de que seja?

A ordem que as fichas são retiradas não altera a soma , portanto teremos:

Para que , nenhuma das fichas podem ser 10 ou 5, assim teremos 8 fichas e devemos tomar o par , como um único resultado já que a ocorrência de implica na ocorrência de exatamente e teremos. 4 pares

1. Um lote é formado de 10 artigos bons, 4 com defeitos menores e 2 com defeitos graves. Um artigo é escolhido ao acaso. Ache a probabilidade de que:
   1. Ele não tenha defeito.
   2. Ele não tenha defeitos graves.
   3. Ele ou seja perfeito ou tenha defeitos graves.
2. Se o lote de artigos descritos no Probl. 2.6, dois artigos foram escolhidos (sem reposição), ache a probabilidade de que:
   1. Ambos sejam perfeitos.
   2. Ambos tenham defeitos graves.
   3. Ao menos um seja perfeito.
   4. No máximo um seja perfeito.

Pela regra da multiplicação temos

* 1. Exatamente um seja perfeito.
  2. Nenhum deles tenha defeitos graves.
  3. Nenhum deles seja perfeito

1. Um produto é montado em três estágios. No primeiro estágio, existem 5 linhas de montagem; no segundo estágio, existem 4 linhas de montagem, e no terceiro estágio existem 6 linhas de produção. De quantas maneiras diferentes poderá o produto se deslocar durante o processo de montagem?

Como cada linha de montagem de primeiro estágio pode ser seguida por qualquer uma do segundo e idem do segundo para o terceiro. Então podemos usar o princípio da multiplicação.

1. Um inspetor visita 6 máquinas diferentes durante um dias. A fim de evitar que os operários saibam quando ele os irá inspecionar, o inspetor varia a ordenação das visitas. De quantas maneiras isto poderá ser feito?

Trata-se de um arranjo, pois estamos interessados justamente na ordenação.

1. Um mecanismo complexo pode falhar em 15 estágios. De quantas maneiras poderá ocorrer que ele falhe em 3 estágios?

O enunciado sugere que as falhas ocorram simultaneamente, assim não nos interessa a ordem, pois a falha nos estágios 1,2,3 é idêntica a falha nos estágios 3,2,1, portanto temos uma combinação.

1. Existem 12 categorias de defeitos menores de uma peça manufaturada, e 10 tipos de defeitos graves. De quantas maneiras poderão ocorrer 1 defeito menor e 1 grave? E 2 defeitos menores e 2 graves?

Temos uma combinação onde podemos usar o princípio da multiplicação.

1. Um mecanismo pode ser posto em uma dentre quatro posições: a, b, c e d. Existem 8 mecanismos incluídos no sistema.
   1. De quantas maneiras esse sistema pode ser disposto?

A ordem de cada mecanismo não interfere na disposição, pois se entende que são idênticos diferenciando apenas pela posição .

Cada mecanismo pode se colocado em apenas uma de 4 posições. A posição de cada mecanismo pode ser entendida como arranjo ou combinação:

Cada dispositivo pode ser seguido por outro que poderá ser se colocado em apenas uma de 4 posições, assim podemos usar o princípio da multiplicação.

* 1. Aditamos que esses mecanismos sejam instalados em determinada ordem (linear) preestabelecida. De quantas maneiras o sistema poderá se disposto, se dois mecanismos adjacentes não estiverem em igual posição?

O primeiro mecanismo pode ser disposto em 4 posições o segundo em 3 (4 menos a que foi colocada no primeiro) o terceiro em 3 (4 menos a que foi colocada no anterior). Novamente podemos usar o princípio da multiplicação.

* 1. Quantas maneiras de dispor serão possíveis, se somente as posições a e b forem usadas, e o forem com igual frequência?

Teremos 4 dispositivos na posição b e 4 na posição a.

As disposições podem ser obtidas pela permutação desses dispositivos, porém eles se diferenciam apenas pela posição , então as permutações de dispositivos que estão na posição a não gera novas disposições assim como os dispositivos que estão na posição b.

Então fazemos calculemos a permutação com elementos repetidos.

* 1. Quantas maneiras serão possíveis, se somente duas posições forem usadas, e dessas posições uma ocorrer três vezes mais frequente que a outra?

Teremos 2 dispositivos na posição x e 6 na posição y.

Então fazemos calculemos a permutação com elementos repetidos.

Porém para cada uma dessas permutações e podem assumira valores . , não equivale a , pois em cada situação e ocorrerão em frequência diferentes. Então formaremos arranjos e utilizarem o princípio da multiplicação.

1. Suponha que de N objetos, n sejam escolhidos ao acaso, com repetição. Qual será a probabilidade de que nenhum objeto seja escolhido mais que uma vez? (Admita n<N).

Para qualquer das escolhas podemos ter resultados, já que o experimento é com reposição o princípio da multiplicação nos da:

Os eventos favoráveis são aqueles onde não há repetição de resultado, que seria o mesmo evento, porém sem reposição. Pelo princípio da multiplicação vemos que corresponde a um arranjo.

Ou

Quando não ocorre repetição na primeira escolha tem resultados, a segunda , a terceira , a , pelo princípio da multiplicação temos:

Ou

1. Com as seis letras quantas palavras-código de 4 letras poderão ser formadas se:
   1. Nenhuma letra puder se repetida?

Letras em ordem diferente resultam em palavras diferentes, portanto temos um arranjo.

* 1. Qualquer letra puder ser repetida qualquer número de vezes?

Neste caso devemos usar o princípio da multiplicidade, pois ao selecionarmos uma letra, ela continua disponível para as próximas seleções.

1. Supondo que e , expresse em termos de a e b. (Sugestão: Não calcule as expressões acima, para resolver o problema).
2. Uma caixa contém etiquetas numeradas 1, 2, 3, ..., n. Duas etiquetas são escolhidas ao acaso. Determine a probabilidade de que os números das etiquetas sejam inteiros consecutivos se:
   1. As etiquetas forem escolhidas sem reposição.

A ordem de seleção não interfere no nosso resultado, portanto cada número pode formar dois pares , exceto , que só pode formar o par e 1 que só pode formar o par . Assim nosso evento tem pares favoráveis.

* 1. As etiquetas forem escolhidas com reposição.

Idem a (a), porém com outro k:

1. Quantos subconjuntos se podem formar, contendo ao menos um elemento, de um conjunto de 100 elementos?

Por definição a ordem dos elementos não altera o conjunto, então temos combinações. E podemos formar conjunto, (combinações) contendo de 1a 100 elementos.

Como cada combinação pode ser seguida de outra combinação, e só podemos fazer apenas uma combinação de cada vez então aplicaremos o princípio da adição.

A segunda parte da equação acima corresponde ao triângulo de Pascal

1. Um inteiro é escolhido ao acaso, dentre os números . Qual será a probabilidade de que o número escolhido seja divisível por ou por ?

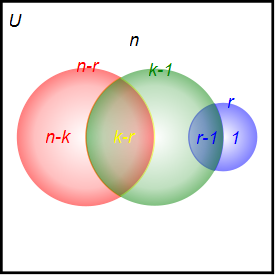
Os número de múltiplos de 6 e 8 um número podem ser obtidos divido se 50 é arredondando o resultado para baixo.

1. Dentre 6 números positivos e e 8 negativos, escolhem-se ao acaso 4 números (sem reposição) e multiplicam-se esses números. Qual será a probabilidade de que o produto seja um número positivo?

Para resultado positivo da multiplicação devemos devem ser escolhido zero, dois ou quatro números negativos.

1. Determinado composto químico é obtido pela mistura de 5 líquidos diferentes. Propõe-se despejar um liquido sucessivamente. Todas as sequências possíveis devem ser ensaiadas, para verificar-se qual delas dará o melhor resultado. Quantos ensaios deverão ser efetuados?
2. Um lote contem peças, das quais se sabe serem defeituosas. Se a ordem da inspeção das peças se fizer ao acaso, qual a probabilidade de que a peça inspecionada em lugar seja a última peça defeituosa contida o lote?

Para que a peça defeituosa seja a última inspecionada, então, até a devem ser inspecionadas peças.



Após ocorrer esse evento, deve ser inspecionada uma peça entre uma defeituosa e não defeituosa, ou seja.

Pela regra da multiplicação temos:

1. Dentre os números são escolhidos ao acaso (~~sem~~ **COM** reposição) números . Qual a probabilidade de que não ocorram dois números iguais?

Idem ao exercício 2.13, com